

	DOMAINE : SUITE ARITHMETIQUE - VERSION PROF
	THEMATIQUE : FORMULE EXPLICITE ET VARIATION
POSITIONNEMENT	CAPACITES OU AUTOMATISMES TRAVAILLES 1) Déterminer la formule explicite 2) Utiliser la formule explicite 3) Déterminer la variation 4) Résoudre un problème de seuil
DEBUTANT	
INITIE	
CONFIRME	
EXPERT	

Exercice 1 : Pose d'une clôture

Un ouvrier doit construire une clôture avec des planches. Il commence avec 5 planches le premier jour, puis il ajoute chaque jour 3 planches de plus que la veille.

- On modélise la quantité de planches posées chaque jour par une suite arithmétique U_n . Déterminer dans le contexte de l'exercice le premier terme et la raison

$$U_1 = 5 \quad \text{et} \quad R = 3$$

- En déduire l'expression de U_n en fonction de n (formule explicite)

$$U_n = 5 + (n-1) \cdot 3 = 3n + 2$$

- Calcule le nombre de planches posées le 15e jour.

$$U_{15} = 3 \cdot 15 + 2 = 47. \text{ Il posera 47 planches le 15eme jour}$$

Exercice 2 : Transition écologique

Un agriculteur souhaite installer des panneaux photovoltaïques sur le toit de son hangar. La société Photélec, qui se chargera des travaux, propose une estimation du résultat financier. Elle prend en compte le coût de l'installation des panneaux et les revenus moyens engendrés par la vente de l'électricité produite.

Chronologie	Résultat financier
1 ^{re} année	-24 750 €
2 ^e année	-22 500 €
3 ^e année	-20 250 €
4 ^e année	-18 000 €

On modélise le résultat financier par une suite arithmétique U_n avec n un entier représentant le nombre d'année.

- Déterminer le terme de rang 1 (U_1) et la raison de la suite U_n

$$U_1 = -24\,750 \text{ et } R = -22\,500 - (-24\,750) = 2\,250$$

- En déduire la formule explicite de la suite U_n

$$U_n = U_1 + (n-1)R = -24\,750 + (n-1) \cdot 2\,250 = 2250n - 27\,000$$

- Comment évolue le résultat financier ? En déduire le sens de variation de la suite U_n ?

Le résultat financier augmente. La suite U_n est croissante.

- Calculer le résultat financier au bout de 8 ans

$$U_8 = 2250 \cdot 8 - 27\,000 = -9\,000$$

- Au bout de combien d'années, l'installation photovoltaïque sera amortie ?

Il faut résoudre $U_n = 0$. On trouve $n = 27\,000 / 2250 = 12$. Il faudra 12 années pour amortir.

Exercice 3 : quota de pêche

Le stock de poissons au large des côtes d'un département est estimé à 4000 tonnes. Les quotas de pêche pour l'année $(2024+n)$ sont notés P_n et représentent la masse pouvant être pêchée en tonne. En 2025, les quotas sont de 600 tonnes et les autorités décident de les réduire de 30 tonnes par an. On admettra que la suite P_n est arithmétique.

1. Donner la raison et le premier terme de la suite P_n
2025 correspond au rang 1 ($2024+1 = 2025$) donc $P_1 = 600$ et $R = -30$
2. Dans le contexte de l'exercice, quelle est l'évolution des quotas de pêche ? En déduite le sens de variation de la suite P_n
Les quotas diminuent chaque année (raison négative) donc la suite est décroissante.
3. Exprimer P_n en fonction de n (formule explicite)
 $P_n = P_1 + (n-1)R = 600 + (n-1)(-30) = 630 - 30n$ ou $-30n + 630$
4. Calculer P_{10} et interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice
 $P_{10} = 630 - 30 \cdot 10 = 330$
5. En quelle année le quota sera-t-il réduit à 0 ?
Il faut résoudre $P_n = 0$, on obtient $n = 630 / 30 = 21$

Exercice 4 : Réduire sa consommation électrique

Une entreprise d'assemblage de pièces automobiles décide de réduire sa consommation énergétique afin de diminuer ses coûts de production et ainsi augmenter ses bénéfices.

L'usine Renault de Douai consomme 260 MWh par jour la première année. Le directeur de l'usine souhaite atteindre une consommation de 49 900 MWh par an en réduisant progressivement sa consommation électrique.

- 1) Calculer la consommation annuelle de Renault Douai la première année (travail 7j/7)
La consommation annuelle est $260 \cdot 365 = 94\,900$ MWh
- 2) On modélise la consommation électrique par une suite arithmétique U_n et la réduction annuelle par la raison R . Donner l'expression de U_n en fonction de n et R
 $U_1 = 94\,900$. On obtient $U_n = U_1 + (n-1)R = 94\,900 + (n-1)R$...
- 3) Déterminer la raison R pour que l'objectif du directeur soit atteint en 10 ans.
On connaît $U_{10} = 49\,900$. Il faut résoudre $U_{10} = 94\,900 + (10-1)R$. On obtient $R = (49\,900 - 94\,900) / 9 = -5000$
- 4) Quelle est alors la formule explicite de la suite U_n ?
 $U_n = U_1 + (n-1)R = 94\,900 + (n-1)(-5000) = 99\,900 - 5000n$ ou $-5000n + 99\,900$
- 5) Si le directeur poursuit sur cette réduction annuelle, quelle sera la consommation au bout de 15 ans
 $U_{15} = 99\,900 - 5000 \cdot 15 = 24\,900$ MWh la 15ème année